Correction

La qualité de la rédaction et la maîtrise de la langue sont notées sur 4 points.

Exercice 1 *(7 points)*

1) La flèche a été tirée d'une hauteur de 1 m.

2) La flèche retombe au sol à 10 m de Julien.

3) La hauteur maximale atteinte par la flèche est d'un peu plus de 3m.

4) a) $f(5) = -0,1 \times 5^2 + 0,9 \times 5 + 1 = -0,1 \times 25 + 4,5 + 1 = -2,5 + 5,5 = \boxed{3}$.

b) $f(4,5) = -0,1 \times 4,5^2 + 0,9 \times 4,5 + 1 = -0,1 \times 20,25 + 4,05 + 1 = -2,025 + 5,5 = \boxed{3,025}$.

c) Le calcul confirme l'observation du 3) : la flèche atteint une hauteur supérieur à 3m.

5) Montrer que $f(x) = -0,1(x-4,5)^2 + 3,025$

Je développe à l'aide de la 2^e^ identité remarquable (carré d'une différence) :

$-0,1(x-4,5)^2 + 3,025 \quad = -0,1(x^2 - 2 \times x \times 4,5 + 4,5^2) + 3,025$

Je réduis dans la parenthèse : $= -0,1(x^2 - 9x + 20,25) + 3,025$

Je développe et je réduis : $= -0,1x^2 + 0,9x - 2,025 + 3,025$

$= -0,1x^2 + 0,9x + 1$

On reconnaît l'expression de $f(x)$. J'en déduis que $\boxed{f(x) = -0,1(x-4,5)^2 + 3,025}$.

Exercice 2 *(2 points)*

Je calcule le volume du cube à l'aide de la formule : $V_{cube} = c^3 = 8^3 = \boxed{512 \text{ cm}^3}$

Je calcule le volume de la boule à l'aide de la formule :

$V_{boule} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi \boxed{\approx 523,6 \text{ cm}^3}$

Je compare : le volume de la sphère est le plus grand, de 11,6 cm^3 environ.

Exercice 3 *(3 points)*

A : $\frac{1}{6} + \frac{1}{9}$ est égal à $\boxed{\frac{5}{18}}$ car $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} = \frac{1 \times 3}{6 \times 3} + \frac{1 \times 2}{9 \times 2} = \frac{3}{18} + \frac{2}{18} = \frac{5}{18}$.

B : $1 - \frac{3}{2} \times \frac{2}{9}$ est égal à $\boxed{\frac{2}{3}}$ car $1 - \frac{3}{2} \times \frac{2}{9} = 1 - \frac{3 \times 2}{2 \times 3 \times 3} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3}{3} - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

C : $(1+2)^2$ est égal à $\boxed{1^3 + 2^3}$ car $(1+2)^2 = 3^2 = 9$ et $1^3 + 2^2 = 1 + 8 = 9$.

D : Pour tout x, $(2x-3)^2$ est égal à $\boxed{4x^2 - 12x + 9}$ car

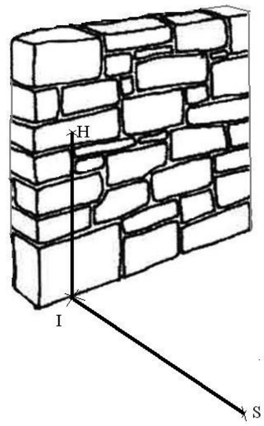
$(2-3x)^2 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3 + 3^2 = 4x^2 - 12x + 9$

E : Le carré d'un entier est toujours positif.

F : $49 = 7 \times 7$ et $91 = 7 \times 13$ donc 49 et 91 ne sont, ni premiers, ni premiers entre eux.

Il ne reste que la dernière possibilité : 49 et 91 sont $\boxed{\text{des diviseurs de } 4\,459}$ $(4\,459 = 91 \times 49)$.

Exercice 4 *(4 points)*



1) Le mur de Jacques est-t-il « droit » ? Détailler le raisonnement.

Je convertis 1 m en 100 cm.

Je calcule : $HS^2 = 100^2 = 10\,000$
et $HI^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$

Je constate que $HS^2 = HI^2 + IS^2$

L'égalité de Pythagore est vérifiée, donc le triangle HIS est rectangle en I.
Le mur forme un angle droit avec le sol, **il est bien « droit »**.

2) Et celui de Patrick ? Justifier.

Je calcule : $HS^2 = 95^2 = 9\,025$
et $HI^2 + IS^2 = 60^2 + 80^2 = 3\,600 + 6\,400 = 10\,000$

Je constate que $HS^2 \neq HI^2 + IS^2$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée, donc le triangle HIS n'est pas rectangle en I.
Le mur ne forme pas un angle droit avec le sol, **il n'est pas « droit »**.

Exercice 5 *(5 points)*

1) Peut-elle faire 17 sachets ? Avec quelle composition ?

17 est un diviseur de 1360 car $1360 = 17 \times 80$ et 17 est un diviseur de 765 car $765 = 17 \times 45$ donc 17 est un diviseur commun de 1360 et 765.

J'en conclus que l'on peut réaliser 17 sachets, composés de 80 nougats et 45 bonbons.

2) Quel nombre maximal de sachets peut-elle réaliser ?

Le nombre maximal de sachets doit être un diviseur commun du nombre de nougats et du nombre de bonbons, le plus grand possible. Je calcule donc le PGCD de 1360 et 765.

J'utilise l'algorithme d'Euclide :

$$\begin{aligned} 1360 &= 765 \times 1 + 595 \\ 765 &= 595 \times 1 + 170 \\ 595 &= 170 \times 3 + 85 \\ 170 &= 85 \times 2 + 0 \end{aligned}$$

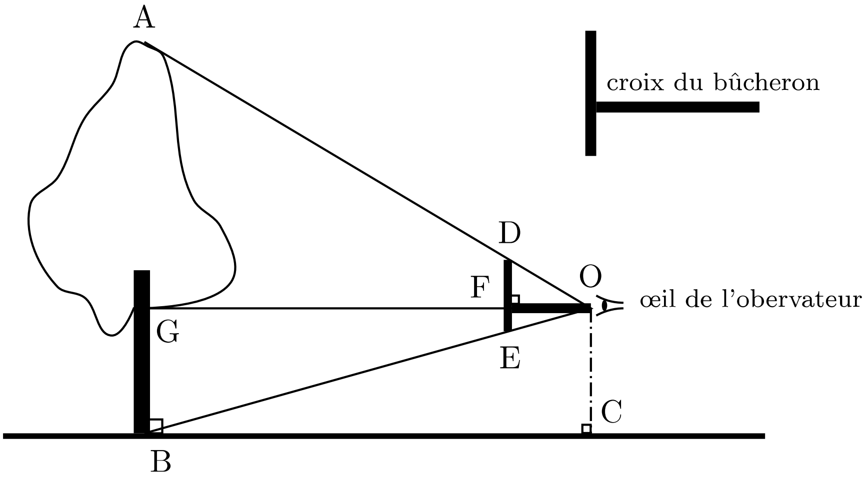
Le dernier reste non nul est 85, donc PGCD (1360 ; 765) = 85.

Elle peut donc réaliser, au maximum, 85 sachets.

3) Combien de nougats et de bonbons y aura-t-il dans chaque sachet ?

Chaque sachet contiendra $\frac{1360}{85} = \boxed{16}$ nougats et $\frac{765}{85} = \boxed{9}$ bonbons.

Exercice 6 *(5 points)* *Croix du bûcheron*



DE = 20 cm
OF = 35 cm
BC = 770 cm

1) Le rapport d'agrandissement est $\frac{OG}{OF} = \frac{770}{35} = \boxed{22}$.

2) La hauteur de l'arbre est égale à BA. On sait que [BA] est un agrandissement de [DE], de rapport 22, donc $BA = 22 \times DE = 22 \times 20 = 440$ cm. L'arbre a une hauteur de $\boxed{4{,}4 \text{ m}}$.

3) L'avantage si DE = OF est qu'alors la hauteur AB de l'arbre est exactement égale à la distance BC entre l'observateur et l'arbre et il n'y a donc plus de calcul à faire.

Justification : On a établi au **1)** que le rapport d'agrandissement est $\frac{OG}{OF}$. Or ce rapport vaut aussi $\frac{AB}{DE}$, donc on a : $\frac{AB}{DE} = \frac{OG}{OF}$. Si DE = OF, alors AB = OG, et comme OG = BC, cela entraîne que AB = BC.

4) La circonférence du tronc de l'arbre, mesurée à 1,5 m du sol, est de 138 cm.
Quel est le diamètre de cet arbre à cette hauteur ? Donner un arrondi au centimètre près.

Rappel de la formule du périmètre d'un cercle : $P_{cercle} = 2\pi R$.

Je remplace : $2\pi R = 138$ donc $R = \frac{138}{2\pi} \approx 21{,}963$ cm.

Le diamètre est donc environ $2 \times 21{,}963 = 43{,}926$ cm ce qui fait, au cm près, environ $\boxed{44 \text{ cm}}$.

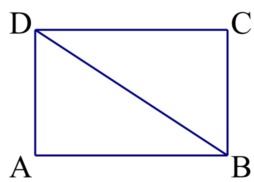
Exercice 7 *(4 points)*

1) Un écran de télévision a une longueur de 80 cm et une largeur de 45 cm.
S'agit-il d'un écran de format $\frac{4}{3}$ ou $\frac{16}{9}$?

Il s'agit d'un format 16/9ᵉ car quand je simplifie la fraction, j'obtiens $\frac{80}{45} = \frac{16 \times 5}{9 \times 5} = \frac{16}{9}$.

2) Un écran est vendu avec la mention « 15 pouces ». La longueur est 30,5 cm et la largeur est 22,9 cm. La mention « 15 pouces » est-elle bien adaptée à cet écran ?

Un écran est un rectangle et la diagonale [DB] le partage en deux triangles rectangles donc je peux utiliser la propriété de Pythagore pour déterminer la longueur de cette diagonale.



$DB^2 = DA^2 + AB^2 = 22,9^2 + 30,5^2 = 524,41 + 930,25 = 1454,66$

Donc $DB = \sqrt{1454,66} \approx 38,14$ cm. Je convertis en pouces : $DB \approx \dfrac{38,14}{2,54} \approx 15,02''$.

On peut raisonnablement considérer que cet écran est un 15''.

3) Une tablette tactile a un écran de diagonale 7 pouces et un format $\dfrac{4}{3}$.
Sa longueur étant égale à 14,3 cm, calculer sa largeur, arrondie au mm près.

Je calcule la largeur en utilisant le rapport de $\dfrac{4}{3}$: $L = \dfrac{4}{3} \times l$.

Je remplace : $14,3 = \dfrac{4}{3} \times l$ donc $l = \dfrac{14,3}{\frac{4}{3}} = 14,3 \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{42,9}{4} = 10,725$.

La largeur de l'écran est de 10,7 cm au mm près.

Exercice 8 *(6 points)*

1) Prix des billets depuis Nantes : 2 aller-retours à 530 € font $2 \times 530 = 1060$ €.
Prix des billets depuis Paris : 2 aller-retours à 350 € font $2 \times 350 = 700$ €.
La différence de prix est de 1060 – 700 = 360 €.

2) Si le couple prend la voiture pour aller à l'aéroport de Paris :

a) Déterminer l'heure avant laquelle il doit partir de Nantes.

Pour être présents 2 h avant le décollage, les passagers doivent être à l'aéroport à 9 h 55min. En comptant les 4 h 24 min de trajet, il faut partir à (9 h 55 – 4 h 24) = 5 h 31 min.

b) Montrer que le coût du carburant pour cet aller est de 31,90 €.

Pour faire 409 km en consommant 6 L aux 100 km, la consommation totale est de 24,54 L.
$(6 \times \dfrac{409}{100} = 6 \times 4,09 = 24,54)$
Au prix de 1,30 € par litre, le carburant coûtera $24,54 \times 1,3 = 31,902$ soit 31,90 €.

3) Quelle est l'organisation de voyage la plus économique ?

- Prix du trajet en avion depuis Nantes : 1060,00 € (voir ci-dessus).
- Prix du trajet en avion depuis Paris en prenant le train :
  Prix des billets d'avion : 700 € (voir ci-dessus)
  Prix des billets de train : $2 \times 51 + 2 \times 42 = 186$ € Total : 700+186=886,00 €
- Prix du trajet en avion depuis Paris en prenant la voiture :
  Prix des billets d'avion : 700 € (voir ci-dessus)
  Prix du carburant : $31,90 \times 2 = 63,80$ € (voir ci-dessus)
  Prix du péage : $35,9 \times 2 = 71,80$ €
  Prix du parking : plus de 58,00 € car la durée de stationnement dépasse la semaine.

  Total : 700 + 63,8 + 71,8 + 58 = 907,4 plus de 907,40 €

Conclusion : À 886,00 €, le trajet en avion depuis Paris en prenant le train est le plus économique.